

ГИДРОТЕХНИЧЕСКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО, ГИДРАВЛИКА И ИНЖЕНЕРНАЯ ГИДРОЛОГИЯ/HYDRAULIC ENGINEERING, HYDRAULICS AND ENGINEERING HYDROLOGYDOI: <https://doi.org/10.60797/mca.2026.69.14>**МОДЕЛЬ ПРОГНОЗА ЗАТОРОВ ЛЬДА НА РЕКЕ КИЧМЕНЬГА В ВОЛОГОДСКОЙ ОБЛАСТИ**

Научная статья

Снежко В.Л.^{1,*}¹ ORCID : 0000-0002-3968-0563;¹ Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет, Москва, Российская Федерация

* Корреспондирующий автор (vl_snejko[at]mail.ru)

Аннотация

Заторы, возникающие в период весеннего вскрытия ото льда рек Европейской территории России, являются опасными гидрологическими явлениями. Резкий рост уровня воды выше створа перемычки, сформированной в русле крупнообломочным льдом, вызывает затопление территории и может повлечь за собой значительный материальный ущерб. Изменения климата влияют на гидрологический режим водотоков и способствуют изменению частоты и характеристик ледовых заторов. Разработка моделей прогноза заторов льда при вскрытии речных русел является актуальной задачей современной инженерной гидрологии, непосредственно связанной с обеспечением водной безопасности населения и отраслей экономики. Целью исследований стала разработка экспресс-модели прогноза эпизодического образования ледового затора на р. Кичменьга (Вологодская область) между д. Кузьмино и Куфтино. Материал исследований представлен сведениями о гидрологическом режиме реки Кичменьга за 1937–2021 гг. Массив данных разделен обучающей и валидационной выборки. В качестве двухфакторной вероятностной модели прогноза использовался бинарный логит, предикторами служили характерные уровни воды в период замерзания и вскрытия речного русла. Оценки коэффициентов, входящих в модель, получены методом максимального правдоподобия. Выполнена проверка статистического качества полученного уравнения. Временная валидация модели произведена по обучающей и контрольной выборкам с использованием матриц ошибок. Прогноз образования ледового затора может быть выполнен на дату начала весенних ледовых явлений.

Ключевые слова: затор льда, прогноз, гидрология, опасные ледовые явления.**MODEL FOR FORECASTING ICE JAMS ON THE KICHMENGA RIVER IN VOLOGDA OBLAST**

Research article

Snezhko V.L.^{1,*}¹ ORCID : 0000-0002-3968-0563;¹ Moscow State University of Civil Engineering, Moscow, Russian Federation

* Corresponding author (vl_snejko[at]mail.ru)

Abstract

Ice jams that occur during the spring thaw of rivers in European Russia are dangerous hydrological phenomena. A sharp rise in water levels above the dam formed by macrofragmental ice in the riverbed causes flooding and can result in significant material damage. Climate change affects the hydrological regime of watercourses and contributes to changes in the frequency and characteristics of ice jams. The development of models for predicting ice jams during river thawing is a pressing task for modern engineering hydrology, directly related to ensuring water safety for the population and economic sectors. The aim of the study was to develop an express model for forecasting episodic ice jams on the Kichmenga River (Vologda Oblast) between the villages of Kuzmino and Kuftino. The research material consists of data on the hydrological regime of the Kichmenga River for 1937–2021. The data set is divided into training and validation samples. A binary logit model was used as a two-factor probability prediction model, with characteristic water levels during the freezing and thawing periods of the river channel serving as predictors. The coefficients included in the model were evaluated using the maximum likelihood method. The statistical quality of the obtained equation has been verified. Temporal validation of the model was performed on training and test samples using error matrices. The forecast of ice jam formation can be made on the date of the onset of spring ice phenomena.

Keywords: ice jam, forecast, hydrology, hazardous ice phenomena.**Введение**

Для большинства рек России, текущих с юга на север, характерно возникновение весенних заторов льда, являющихся опасными гидрологическими явлениями. В зависимости от интенсивности подъема уровня воды и степени хозяйственного освоения поймы ледовая перемычка, возникающая в период вскрытия, может привести к стихийному затоплению территории и стать причиной возникновения чрезвычайной ситуации [1]. Заторные наводнения наносят значительный экономический ущерб. На территории Российской Федерации за период 1991–2023 гг. произошло более 140 заторных наводнений с зафиксированным материальным ущербом, при этом общее число наводнений, вызванных весенними заторами льда в речных руслах, может быть в 2,5 раза выше [2].

Изменения климата влияют на гидрологический режим водотоков, внутригодовое перераспределение стока способствует изменению частоты и характеристик ледовых заторов, что особенно выражено на северных реках [3], [4]. Разработка моделей прогноза заторов льда при вскрытии речных русел является актуальной задачей современной инженерной гидрологии, непосредственно связанной с обеспечением водной безопасности населения и отраслей экономики.

Из-за сложности и многофакторности процесса образования затора универсальной модели прогноза, применяемой для различных водотоков, не существует. Модели разрабатываются для конкретного русла и речного участка. Прогнозные математические модели для незарегулированных участков рек включают в качестве предикторов факторы заторообразования, к которым относятся морфометрические особенности русла и гидрометеорологические условия. Для зарегулированных русел добавляются антропогенные факторы.

К морфометрическим особенностям русла относят элементы рельефа, оказывающие влияние на направление течения и скоростной режим потока, при которых происходит затруднение его транспортирующей способности: рукава, острова, перекаты и плесы, пороги, излучины и т.д. Связь частоты заторов с морфометрией заторных участков р. Мистассини (Канада, провинция Квебек) была получена в исследовании [5] по данным наблюдений за 40 лет. В работе [6] влияние морфометрии русла на частоту образования заторов было изучено для рек бассейна Северной Двины.

Гидрометеорологическими факторами, способствующими возникновению затора, являются факторы, характерные для периода замерзания реки, ледостава и периода вскрытия. К числу факторов периода формирования ледостава относятся высокие уровни воды, защугованность русла, чередование замерзания и вскрытия. В период ледостава учитываются толщина льда (максимальная и перед вскрытием), высота снега на льду. В период вскрытия реки влияние оказывают интенсивность паводка, расход и уровень воды и т.д. Метеорологические факторы также рассматриваются для каждой из фаз ледового режима и оцениваются суммой положительных или отрицательных температур за определенный интервал времени.

При построении математических моделей прогноза в большинстве случаев используют классический эмпирический пороговый анализ, а также статистические методы, включая логистическую регрессию и дискриминантный анализ [7]. Для крупных и средних рек, на которых происходит ежегодное образование заторов, способных повлечь материальный ущерб, разработан и успешно применяется целый ряд моделей прогноза максимальных заторных уровней и заторных подъемов воды [8]. Для средних и малых рек России с эпизодическим возникновением заторов моделей прогноза значительно меньше. Это связано, как правило, с небольшим размером материального ущерба, возникающего при заторном наводнении с редкой повторяемостью.

Целью исследований стала разработка экспресс-модели прогноза эпизодического образования ледового затора на р. Кичменьга (Вологодская область) между д. Кузьмино и Куфтино.

По площади водосбора (2330 км²) р. Кичменьга относится к средним рекам. Она вытекает из Кичменских болот и впадает в р. Юг (приток р. Северной Двины). При длине водотока 208 км для русла характерны извилистость, наличие перекатов и небольшие глубины. Дно сложено крупнообломочными (галечными) грунтами, с включением небольших валунов. Тип питания реки относится к смешанному, с преобладанием снегового. Водный режим типичен для восточноевропейских рек. Устойчивый ледостав длится с середины ноября, вскрытие начинается в середине апреля. Заторы образуются эпизодически на участке длиной 10 км, расположенным в 15 км от устья. В центре участка вблизи д. Захарово находится гидрологический пост. Отметка нуля графика поста 100,75 м, при уровнях воды 450 см над нулем графика узкая пойма затапливается. Частота заторов не превышает 40%, рассматриваемый речной участок имеет низкий индекс потенциального ущерба от заторных наводнений.

Впервые вероятностная модель прогноза образования затора для незарегулированного участка реки Кичменьга была получена в исследовании [9] по данным наблюдений за 1960–2015 гг. В модель вошли гидрологические факторы, характеризующие ледостав и вскрытие реки. Для прогноза использовался градиент роста расхода:

$$\nabla Q = \frac{Q_2 - Q_1}{D_2 - D_1} \quad (1)$$

где Q_2 — расход на дату подвижек льда D_2 ; Q_1 расход на дату максимальной толщины льда D_1 .

При превышении градиентом критического значения затор льда должен образоваться. Общая предсказательная способность модели составила 84%. К сожалению, ограниченный ряд наблюдений за толщиной льда не позволил выполнить детальную верификацию модели.

Методы и принципы исследования

Материал исследований представлен дополненными сведениями о гидрологическом режиме реки Кичменьга за 1937–2021 гг. по данным поста у д. Захарово, приведенным в гидрологических ежегодниках и Государственном водном кадастре.

В отличие от наблюдений за толщиной льда, ряд наблюдений за уровнями воды и ледовыми явлениями на реке включал 84 года. С учетом приведения расчетов к гидрологическому году и пропусков в наблюдениях для анализа использовался ряд наблюдений за 82 года.

Массив данных был разделен на две выборки: обучающую (70% наблюдений) и валидационную (30% наблюдений). Соотношение объемов выборок являлось классическим для машинных методов обучения.

В качестве прогнозного уравнения использовалась уравнение бинарной логистической регрессии, включающей в качестве предикторов характерные уровни воды в период замерзания и вскрытия речного русла:

$$p_i = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 \cdot H_{1i} + \beta_2 \cdot H_{2i})}}, \quad (2)$$

где p_i — вероятность образования затора в i -том году; H_{1i} — уровень воды над 0 графика поста в начале ледостава, см; H_{2i} — уровень воды над 0 графика поста на дату, предшествующую началу весенних ледовых явлений, см.

Оценка коэффициентов модели и сопутствующие расчеты выполнены в программном обеспечении GRETL.

Временная валидация модели производилась как для обучающей, так и для валидационной выборки. Поскольку классификация являлась бинарной (затор будет / затора не будет) возможны правильные, ложноположительные и ложноотрицательные результаты. Для оценки прогнозных качеств модели был вычислен ряд метрик.

Общая точность:

$$Accuracy = \frac{\sum_{i=1}^n \Pi Z_i + \sum_{i=1}^n \Pi NZ_i}{\sum_{i=1}^n \Pi Z_i + \sum_{i=1}^n \Pi NZ_i + \sum_{i=1}^n LZ_i + \sum_{i=1}^n LNZ_i}$$

где i — год в ряду наблюдений, $i=1..57$ для обучающей выборки; $i=1..25$ для валидационной выборки; ΠZ_i — предсказан затор, который был фактически; ΠNZ_i — предсказано отсутствие затора, которое было фактически; LZ_i — предсказан затор, которого не было фактически; LNZ_i — не предсказан затор, который был фактически.

Чувствительность, или способность прогнозировать возникновение затора:

$$Sensitivity = \frac{\sum_{i=1}^n \Pi Z_i}{\sum_{i=1}^n \Pi Z_i + \sum_{i=1}^n LNZ_i}$$

Специфичность, или способность прогнозировать отсутствие затора:

$$Specificity = \frac{\sum_{i=1}^n \Pi NZ_i}{\sum_{i=1}^n \Pi NZ_i + \sum_{i=1}^n LZ_i}$$

Результаты и их обсуждение

Использование временного ряда для построения модели прогноза накладывало ограничения на тестовый набор данных. В обучающую выборку включены расположенные в хронологическом порядке значения переменных за 1938–1996 гг. (57 лет), в валидационную выборку включены более поздние значения переменных с 1997 по 2021 гг. (25 лет), также расположенные в хронологическом порядке. Описательная статистика обучающей и валидационной выборки приведена в таблице 1.

Таблица 1 - Описательная статистика выборок

DOI: <https://doi.org/10.60797/mca.2026.69.14.1>

	Обучающая выборка		Валидационная выборка	
	X1, см	X2, см	X1, см	X2, см
Среднее	161,74	175,40	159,44	158,88
Стандартная ошибка	3,92	4,82	6,34	4,21
Медиана	164	167	157	155
Мода	148	160	122	155
Стандартное отклонение	29,63	36,35	31,68	21,05
Дисперсия выборки	877,70	1321,57	1003,34	443,19
Эксцесс	-0,27	6,51	-0,94	10,62
Асимметричность	0,47	2,45	0,28	2,74
Интервал	123	174	104	111
Минимум	115	136	114	132
Максимум	238	310	218	243
Счет	57	57	25	25

Минимальные значения уровня воды в обучающей и валидационной выборках практически не отличались. Максимальное значение уровня воды в начале ледостава в обучающей выборке было выше на 9%, максимальное значение уровня воды на дату, предшествующую началу весенних ледовых явлений, в обучающей выборке было выше на 27%.

За период наблюдений 1938–1996 гг. на рассматриваемом участке произошло 17 заторов, за период наблюдений 1997–2021 гг. произошло 10 заторов льда. Коэффициент заторности, представляющий собой отношение числа лет с заторами к общему числу лет наблюдений, для каждой из выборок составил 30% и 40% соответственно. Частота возникновения заторов увеличилась, что может быть связано с климатическими изменениями, и согласуется с выводами, приведенными в исследовании [10], для рек бассейна Малой Северной Двины.

Оценки коэффициентов, входящих в модель (2), были получены методом максимального правдоподобия. В результате расчетов прогнозная модель для определения вероятности затора на р. Кичменьга между д. Кузьмино и Куфтино имела вид:

$$p_i = \frac{1}{1+e^{-(27.364+0,108 \cdot H_{1i}+0,044 \cdot H_{2i})}}, \quad (2)$$

Стандартные ошибки модели рассчитывались на основе Гессиана. Значение R-квадрат Макфаддена равно 0,57, значение исправленного R-квадрат составило 0,48.

Доверительные интервалы для коэффициентов при факторах, вычисленные для вероятности 95%, составили: для X_1 [0,044, 0,171], для X_2 [0,015, 0,075]. Все коэффициенты в модели значимы на 1% уровне, что свидетельствовало о значимом влиянии факторов на исследуемый процесс. Знаки у коэффициентов в модели (3) положительные, т.е. с ростом значений предикторов вероятность образования заторов увеличивается. Это не противоречит физической логике образования ледовых заторов и условиям, препятствующим разрушению льда [11].

Для оценки предельных эффектов были вычислены угловые коэффициенты у каждого из факторов. Увеличение уровня воды на дату ледостава на 1 см при прочих равных условиях увеличивает вероятность возникновения затора на 1,1%, увеличение уровня воды на дату, предшествующую началу ледовых явлений, увеличивает вероятность образования затора на 0,4%. Условия замерзания в данном случае имеют больший предельный эффект.

Матрица ошибок для обучающей выборки представлена в Таблице 2. Здесь обозначение «0» означает отсутствие затора, обозначение «1» означает возникновение затора. Первый столбец соответствует факту, первая строка соответствует прогнозу.

Таблица 2 - Матрица ошибок обучающей выборки

DOI: <https://doi.org/10.60797/mca.2026.69.14.2>

	0 затора не будет	1 затор будет
0 затора не будет	38	2
1 затор будет	2	15

По главной диагонали матрицы расположены правильно предсказанные случаи: в 38 случаях модель правильно предсказала отсутствие затора, в 15 случаях модель правильно предсказала возникновение затора. Метрики точности для обучающей выборки достаточно высокие: общая точность 93%, чувствительность 88%, специфичность 95%.

Матрица ошибок для валидационной выборки представлена в Таблице

Таблица 3 - Матрица ошибок валидационной выборки

DOI: <https://doi.org/10.60797/mca.2026.69.14.3>

	0 затора не будет	1 затор будет
0 затора не будет	14	1
1 затор будет	3	7

Метрики точности для валидационной выборки были следующие: общая точность 84%, чувствительность 70%, специфичность 93%.

Если оценивать предсказательную способность модели по всем имеющимся данным, то метрики точности составят: общая точность 90%, чувствительность 81%, специфичность 94%.

Разработанная модель имеет ряд преимуществ. В бинарной логистической модели (3) общая точность прогноза достаточно высокая и превосходит точность модели, основанной на градиенте роста расхода (1). Другим преимуществом предложенной модели является использование в качестве предикторов уровней воды, измеряемых на гидрологическом посту ежедневно, в то время как данные ледовой съемки, необходимые для применения модели (1), приводятся только на 5, 15, 20 и 25 числа каждого месяца. Для прогноза достаточно знать уровень воды на дату начала ледостава и уровень воды за сутки до начала весенних ледовых явлений. Заблаговременности прогноза будет на день меньше, чем разность по времени между датой начала весенних ледовых явлений и датой ледохода, что больше, чем у модели (1) и составляет по данным наблюдений от 2 дней до месяца.

Для выполнения прогноза достаточно подставить в уравнение (3) значения глубин и округлить результат до целого числа. Если ответом будет «1» затор льда прогнозируется, если ответом будет «0» затор не прогнозируется.

Поскольку затор льда является опасным гидрологическим явлением, то наиболее важной метрикой точности является чувствительность прогнозной модели. Разработанная модель хорошо предсказывает отсутствие заторов, и хуже справляется с предсказанием образования заторов. Наиболее выражено снижение чувствительности модели на данных за 1997–2021 год. Именно в этот период стали отчетливо проявляться температурные аномалии, связанные с изменением климата. Для повышения чувствительности модели возможно включить в качестве дополнительного предиктора сумму положительных или отрицательных температур, что является направлением дальнейших исследований.

Заключение

В результате проведенных исследований получена модель прогноза эпизодических заторов льда, возникающих на реке Кичменьга (Вологодская область) между д. Кузьмино и Куфтино.

В качестве прогнозного уравнения использовалась модель бинарной логистической регрессии, включающая в качестве предикторов характерные уровни воды в период замерзания и вскрытия речного русла. Значения предикторов для выполнения прогноза измеряются на гидрологическом посту ежедневно.

Общая точность прогноза достаточно высокая и превосходит точность прогнозов, получаемых по модели, основанной на градиенте роста расхода. Анализ метрик точности показал превышение специфичности над чувствительностью.

Для повышения чувствительности модели возможно включить в качестве дополнительного предиктора сумму положительных или отрицательных температур, что является направлением дальнейших исследований.

Конфликт интересов

Не указан.

Рецензия

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

Conflict of Interest

None declared.

Review

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

Список литературы / References

1. Пчелкин В.И. К проблеме ледовых заторов на реках России / В.И. Пчелкин // Технологии гражданской безопасности. — 2014. — № 4 (42). — Вып. 11. — С. 30–33.
2. Козлов Д.В. Кластеризация субъектов Российской Федерации по видам и частоте возникновения опасных гидрологических явлений / Д.В. Козлов, В.Л. Снежко // Гидротехническое строительство. — 2025. — № 5. — С. 38–48.
3. Агафонова С.А. Факторы образования ледовых заторов на реках бассейна Северной Двины в современных условиях / С.А. Агафонова, А.Н. Василенко, Н.Л. Фролова // Вестник Московского университета. Серия 5: География. — 2016. — № 2. — С. 82–90.
4. Лобанов В.А. Оценка влияния современного изменения климата на характеристики ледового режима рек бассейна Северной Двины / В.А. Лобанов, Н.И. Горошкова, А.В. Стриженок [и др.] // Географический вестник. — 2025. — № 2 (73). — С. 81–93. — DOI: 10.17072/2079-7877-2025-2-81-93. — EDN: HVJXDS.
5. Morin S. The spatial variability of ice-jam bank morphologies along the Mistassini River (Quebec, Canada): an indicator of the ice jam regime? / S. Morin, E. Boucher, T. Buffin-Bélanger // Natural Hazards: Journal of the International Society for the Prevention and Mitigation of Natural Hazards. — 2015. — Vol. 77. — № 3. — P. 2117–2138.
6. Кулешов С.Л. Многомерный анализ данных при оценке факторов заторообразования в речных бассейнах / С.Л. Кулешов, Д.В. Козлов // Водные ресурсы. — 2019. — Т. 46. — № 2. — С. 131–140.
7. Massie D.D. Application of neural networks to predict ice jam occurrence / D.D Massie, K.D White, S.F Daly // Cold Regions Science and Technology. — 2002. — Vol. 35. — Iss. 2. — P. 115–122. — DOI: 10.1016/S0165-232X(02)00056-3.
8. Тарасов А.С. Моделирование заторов льда в руслах рек (обзор) / А.С. Тарасов // Лёд и снег. — 2020. — Т. 60. — № 1. — С. 121–133. — DOI: 10.31857/S2076673420010028.
9. Кулешов С.Л. Вероятностный анализ факторов заторообразования в речных бассейнах (на примере рек Севера Европейской и Азиатской частей России: дис. ... канд. техн. наук / Кулешов Сергей Леонидович; Национальный исследовательский московский государственный строительный университет. — Москва, 2019. — 139 с.
10. Георгиевский М.В. Влияние климатических изменений в осенне-зимний период на гидрологический режим рек бассейна Малой Северной Двины / М.В. Георгиевский, Н.И. Горошкова, В.А. Хомякова [и др.] // Гидрометеорология и экология. — 2021. — № 64. — С. 466–479. — DOI: 10.33933/2713-3001-2021-64-466-479.
11. Lamontagne J. Coupling physical understanding and statistical modeling to estimate ice jam flood frequency in the northern Peace-Athabasca Delta under climate change / J. Lamontagne, M. Jasek, J. Smith. // Cold Regions Science and Technology. — 2021. — Vol. 192. — Art. 103383. — DOI: 10.48550/arXiv.2102.13282.

Список литературы на английском языке / References in English

1. Pchelkin V.I. K probleme ledovikh zatorov na rekakh Rossii [On the Problem of Ice Jams on Russian Rivers] / V.I. Pchelkin // Tekhnologii grazhdanskoi bezopasnosti [Civil Safety Technologies]. — 2014. — № 4 (42). — Iss. 11. — P. 30–33. [in Russian]
2. Kozlov D.V. Klasterizatsiya subektov Rossiiskoi Federatsii po vidam i chastote vozniknoveniya opasnikh gidrologicheskikh yavlenii [Clustering of Subjects of the Russian Federation by Types and Frequency of Occurrence of Hazardous Hydrological Phenomena] / D.V. Kozlov, V.L. Snejzhko // Gidrotekhnicheskoe stroitelstvo [Hydrotechnical Construction]. — 2025. — № 5. — P. 38–48. [in Russian]
3. Agafonova S.A. Faktori obrazovaniya ledovikh zatorov na rekakh basseina Severnoi Dvini v sovremenennikh usloviyakh [Factors in the Formation of Ice Jams on the Rivers of the Northern Dvina Basin under Modern Conditions] / S.A. Agafonova, A.N. Vasilenko, N.L. Frolova // Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 5: Geografiya [Bulletin of Moscow University. Series 5: Geography]. — 2016. — № 2. — P. 82–90. [in Russian]
4. Lobanov V.A. Otsenka vliyaniya sovremenennogo izmeneniya klimata na kharakteristiki ledovogo rezhima rek basseina Severnoi Dvini [Assessing the Impact of Modern Climate Change on the Characteristics of the Ice Regime of the Rivers of the Northern Dvina Basin] / V.A. Lobanov, N.I. Goroshkova, A.V. Strizhenok [et al.] // Geograficheskii vestnik [Geographical Bulletin]. — 2025. — № 2 (73). — P. 81–93. — DOI: 10.17072/2079-7877-2025-2-81-93. — EDN: HVJXDS. [in Russian]

5. Morin S. The spatial variability of ice-jam bank morphologies along the Mistassini River (Quebec, Canada): an indicator of the ice jam regime? / S. Morin, E. Boucher, T. Buffin-Bélanger // Natural Hazards: Journal of the International Society for the Prevention and Mitigation of Natural Hazards. — 2015. — Vol. 77. — № 3. — P. 2117–2138.
6. Kuleshov S.L. Mnogomernii analiz dannikh pri otsenke faktorov zatoroobrazovaniya v rechnikh basseinakh [Multivariate data analysis in assessing ice jam factors in river basins] / S.L. Kuleshov, D.V. Kozlov // Vodnie resursi [Water Resources]. — 2019. — Vol. 46. — № 2. — P. 131–140. [in Russian]
7. Massie D.D. Application of neural networks to predict ice jam occurrence / D.D Massie, K.D White, S.F Daly // Cold Regions Science and Technology. — 2002. — Vol. 35. — Iss. 2. — P. 115–122. — DOI: 10.1016/S0165-232X(02)00056-3.
8. Tarasov A.S. Modelirovanie zatorov l'da v ruslakh rek (obzor) [Modeling of ice jams in river beds (review)] / A.S. Tarasov // Lyod i sneg [Ice and snow]. — 2020. — Vol. 60. — № 1. — P. 121–133. — DOI: 10.31857/S2076673420010028. [in Russian]
9. Kuleshov S.L. Veroyatnostnii analiz faktorov zatoroobrazovaniya v rechnikh basseinakh (na primere rek Severa Yevropeiskoi i Aziatskoi chastei Rossii) [Probabilistic analysis of ice jam factors in river basins (using the rivers of the North of the European and Asian parts of Russia as an example)]: dis. ... of PhD in Technical Sciences / Kuleshov Sergey Leonidovich; National Research Moscow State University of Civil Engineering. — Moscow, 2019. — 139 p. [in Russian]
10. Georgievskiy M.V. Vliyanie klimaticheskikh izmenenii v osenne-zimnii period na gidrologicheskii rezhim rek basseina Maloi Severnoi Dvini [The impact of climate change in the autumn-winter period on the hydrological regime of the rivers of the Malaya Northern Dvina basin] / M.V. Georgievskiy, N.I. Goroshkova, V.A. Khomyakova [et al.] // Gidrometeorologiya i ekologiya [Hydrometeorology and Ecology]. — 2021. — № 64. — P. 466–479. — DOI: 10.33933/2713-3001-2021-64-466-479. [in Russian]
11. Lamontagne J. Coupling physical understanding and statistical modeling to estimate ice jam flood frequency in the northern Peace-Athabasca Delta under climate change / J. Lamontagne, M. Jasek, J. Smith. // Cold Regions Science and Technology. — 2021. — Vol. 192. — Art. 103383. — DOI: 10.48550/arXiv.2102.13282.